

L'épreuve comporte trois exercices et un problème obligatoires sur deux pages.

Exercice 1 : / 3,5 points

La production annuelle de poisson d'un port de pêche augmente de 3% par an. On note $p(0)$ la production en tonnes de ce port en 2000. On donne $p(0) = 1\,450\,000$ t. Pour tout entier naturel n non nul, on désigne par $p(n)$ la production en tonnes de ce port de pêche en $2000 + n$.

1. a) Calculer $p(1)$, $p(2)$ et $p(3)$ en fonction de $p(0)$. 1,5pt
b) Exprimer l'expression de $p(n)$ en fonction de $p(n-1)$, puis en fonction de $p(0)$. 1pt
2. Calculer la production en tonnes de ce port de pêche en 2006. 1pt

Exercice 2 : / 2 points

1. Résoudre de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système $\begin{cases} 2x + 5y = -4 \\ 3x - 2y = 3,5 \end{cases}$. 1pt
2. En déduire dans $[-\pi ; \pi]^2$ les solutions du système $\begin{cases} 2 \sin x + 5 \cos y = -4 \\ 3 \sin x - 2 \cos y = 3,5 \end{cases}$. 1pt

Exercice 3 : / 3,5 points

On considère l'ensemble $E = \{a, b, c, d, e, f\}$

1. a) Dénombrer toutes les parties à quatre éléments de l'ensemble E . 0,5pt
b) Une salle de réunion est éclairée par 6 ampoules commandées chacune par un interrupteur. De combien de manières peut-on éclairer cette salle en allumant exactement 4 ampoules ? 0,5pt
2. Un spectacle st organisé dans cette salle. Les recettes obtenues sont réparties suivant le tableau suivant :

Prix payé	[250, 300[	[300, 350[	[350, 400[	[400, 450[	[450, 500[
Effectif	25	30	30	20	15

- a) Calculer la valeur moyenne de cette série. 1pt
b) Calculer la variance et l'écart type de cette série. 1,5pt

Problème : / 11 points

Le problème comporte deux parties A et B indépendantes.

Partie A : 5 points

Soit f et g les fonctions numériques d'une variable réelle x définies par :

$$f(x) = \frac{3}{16}x^2 \quad \text{et} \quad g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3.$$

On désigne par (C) et (C') les courbes représentatives de f et g dans un repère orthonormé.

1. a) Etudier les variations de f puis, dresser son tableau de variations. 0,75pt
b) Etudier les variations de g puis, dresser son tableau de variations. 0,75pt
c) Montrer que la droite d'équation cartésienne $x = 2$ est l'axe de symétrie de la courbe (C) . 0,5pt
2. a) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq g(x)$. 0,5pt
b) En déduire les positions relatives de (C) et (C') . 0,5pt
3. a) Démontrer qu'il existe deux points A et B , de même abscisse x_0 , tels que A appartient à (C) et B appartient à (C') et qu'en ces points, les tangentes T_A et T_B relatives à (C) et à (C') sont parallèles. 1pt
b) Tracer dans le même repère les courbes (C) et (C') . 1pt

Partie B : 6 points

Le plan orienté est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points

$P(4 ; 3)$, $Q(1 ; 6)$ et $G(0 ; 3)$.

1. a) Déterminer trois réels α, β, γ tels que G soit le barycentre des points $(O ; \alpha)$, $(P ; \beta)$ et $(Q ; \gamma)$. 1pt
b) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $4MO^2 - MP^2 + 4MQ^2 = 123$. 1,5pt
2. Soit I un point du plan et r la rotation de centre I de d'angle $\frac{\pi}{3}$ qui transforme P en Q .
 - a) Montrer que le triangle IPQ est un triangle équilatéral et préciser la longueur de ses côtés. 0,5pt
 - b) Donner une équation cartésienne de la médiatrice du segment $[PQ]$. 0,5pt
 - c) Déduire de a) et b) les coordonnées du point I . 0,5pt
3. On considère la translation du plan de vecteur $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$; le point M' est l'image de M par cette translation.
 - a) Exprimer les coordonnées x' et y' de M' en fonction des coordonnées de x et y de M . 0,5pt
 - b) Tracer la courbe (C'') image de (C) par cette translation. 1pt
 - c) Donner une équation de la courbe (C'') . 0,5pt